

# 物理パラメータに陽に依存する補償器を用いた ベルト駆動二慣性系の外乱抑制制御

○西村光博 小林泰秀 五井裕弥

長岡技術科学大学  
Nagaoka University of Technology

2013年 11月 16日

## 汎用サーボモータ

- 補償器構造：PID 制御則，ノッチフィルタ
- 物理パラメータを推定，ノッチの周波数や補償器のゲインを自動調整可能
  - オートチューニング，チューニングレス機能

## 制御対象

- 制御対象が低剛性かつ高慣性比の振動系
  - 共振周波数が低く，制御帯域内に入る
  - 汎用サーボモータで十分な性能を得ることは難しい
- 機械の軽量化や高速化に伴い上記のような制御対象も扱う必要がある

制御対象の例としてベルト駆動二慣性系を考える

## 二慣性系の外乱抑制問題 [Y.Kobayashi et al. 2010]

安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいた、制御対象の物理パラメータに陽に依存する補償器が提案され、その有効性が示されている

## 従来型補償器

$$K(s) = -\frac{J_M s^2 + C_S s + K_S}{(a_1 s + a_0)(C_S s + K_S)^2 - s}$$

## 問題

汎用サーボモータの振動を抑える機構

- 制御帯域を限定
- トルク指令フィルタ（ローパスフィルタなど）を搭載



従来型補償器では考慮していない

## 目的

二慣性系にローパスフィルタが付加された制御対象を検討

- 従来のローパス特性を考慮しない場合を含む補償器構造を提案
- その妥当性を数値例により示す

# 制御対象

## ベルト駆動二慣性系

左に駆動側サーボモータ，右に従動側慣性負荷を設置し，負荷トルクを付加

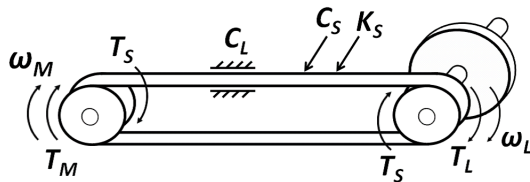


Figure 1: Two-inertia system

- $\omega_M$  : モータの回転角速度 [rad/s]
- $\omega_L$  : 慣性負荷の回転角速度 [rad/s]
- $T_M$  : モータのトルク [Nm]
- $T_L$  : 負荷トルク [Nm]
- $T_S$  : ねじりトルク [Nm]
- $C_L$  : 回転に伴う減衰係数
- $C_S$  : ベルトの減衰係数
- $K_S$  : ベルトのねじりばね定数 [Nm/rad]

## 制御系の目的

慣性負荷に付加される  $T_L$  が  $\omega_L$  に与える影響を小さくし，一定速度に保つように  $\omega_M$  に基づいて， $T_M$  を制御する

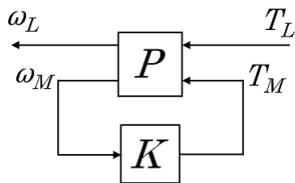


Figure 2: Closed-loop system

## $P$ の伝達関数

$$\begin{aligned}
 P(s) &:= \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \\
 &:= \frac{\begin{bmatrix} f(J_M, s) & f(0, s) \\ f(0, s) & f(J_L, s) + C_L s \end{bmatrix}}{(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))(\tau s + 1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(J_M, s) &:= J_M s^2 + C_S s + K_S, & f(J_L, s) &:= J_L s^2 + C_S s + K_S \\
 f(0, s) &:= C_S s + K_S, & J &:= J_M + J_L, & \bar{J} &:= \frac{J_M J_L}{J}
 \end{aligned}$$

## 問題

$P(s)$  に対し, 以下の条件を満たしかつ,  $H_\infty$  ノルム  $\gamma$  を最小化する補償器  $K(s)$  を求める

- 閉ループ系が内部安定
- $\|G_{cl}\|_\infty < \gamma$

閉ループ伝達関数

$$\begin{aligned} G_{cl}(s) &= P_{11}(s) + \frac{P_{12}(s)K(s)P_{21}(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} \\ &= \frac{P_{11}(s) - (P_{11}(s)P_{22}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s))K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} \end{aligned}$$

# 仮想的補償器

$G_{cl} = 0$  が成り立つための必要十分条件は、 $K(s) = K_*(s)$  が成り立つことである

## 仮想的補償器

$$\begin{aligned} K_*(s) &= \frac{f(J_M, s)(\tau s + 1)}{s} \\ &= \left( J_M s + C_S + \frac{K_S}{s} \right) (\tau s + 1) \end{aligned}$$

ただし、仮想的補償器  $K_*(s)$  はインプロパであり、このまま実装することはできない



# 提案型補償器

## 安定化補償器のパラメトリゼーション

$$K(s) = \frac{-Q(s)}{1 - P_{22}(s)Q(s)}, \quad Q(s) : \text{任意の安定伝達関数}$$

$$Q(s) = \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)) (\tau s + 1)}{f^2(0, s) f_\lambda(s)}$$

$f_\lambda(s)$  : 任意の安定多項式

$$K(s) = \frac{-f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)) (\tau s + 1)}{f^2(0, s) (f_\lambda(s) - 1) - s (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}$$

$$f_\lambda(s) = (a_1 s + a_0) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)) + 1$$

$Q(s)$  が安定となる必要十分条件 :  $a_1, a_0 > 0$

# 提案型補償器

## 提案型補償器

$$K(s) = \frac{-f(J_M, s)(\tau s + 1)}{(a_1 s + a_0)f^2(0, s) - s}$$

## 閉ループ系が内部安定となる条件

$$|H_3| > 0$$

$$|H_3| = \begin{vmatrix} \alpha_0 J_M J_L + \alpha_1 (J C_S + C_L J_M) & \alpha_0 (J K_S + C_L C_S) + \alpha_1 C_L K_S & 0 \\ \alpha_1 J_M J_L & \alpha_0 (J C_S + C_L J_M) + \alpha_1 (J K_S + C_L C_S) & \alpha_0 C_L K_S + 1 \\ 0 & \alpha_0 J_M J_L + \alpha_1 (J C_S + C_L J_M) & \alpha_0 (J K_S + C_L C_S) + \alpha_1 C_L K_S \end{vmatrix}$$

## 提案型補償器

- $a_0$ ,  $a_1$  を十分大きく選べば, 内部安定化補償器となる
- $a_0$ ,  $a_1$  をできるだけ小さく選べば, 制御性能の向上が期待できる

## 制御性能の比較

各補償器の構造で  $H_\infty$  ノルム  $\gamma$  が最小となるパラメータを数値的に探索する

### 補償器の構造

- P 補償器  $K_P$
- PI 補償器  $K_{PI}$
- 従来型補償器  $K_{prop1}$
- 提案型補償器  $K_{prop2}$

### 物理パラメータ

- $J_M = 3.61 \times 10^{-4}$
- $J_L = 1.93 \times 10^{-3}$
- $K_S = 1.55 \times 10^3$
- $C_L = 1.00 \times 10^{-4}$
- $C_S = 1.20 \times 10^{-1}$
- $\tau = 1.00 \times 10^{-3}$

## 探索範囲

数値探索は、 $\gamma$  の極小値を含む範囲で十分に細かくなるよう探索を実施している

**Table 1:** Parameters

Controller	Values	$\gamma$
$K_P$	$k_p = -1.259$	0.8503
$K_{PI}$	$k_p = -1.199, k_i = -2.544 \times 10^{-2}$	0.8442
$K_{prop1}$	$a_0 = 4.833 \times 10^{-7}, a_1 = 2.637 \times 10^{-4}$	0.7579
$K_{prop2}$	$a_0 = 4.893 \times 10^{-7}, a_1 = 3.594 \times 10^{-4}$	0.6748

# 閉ループゲイン特性

## A 行列固有値の実部の最大値

- $K_{prop1} = 1.601 \times 10^3$
- $K_{prop2} = 1.252 \times 10^3$

不安定な補償器を表現可能  
→ 設定範囲が広い

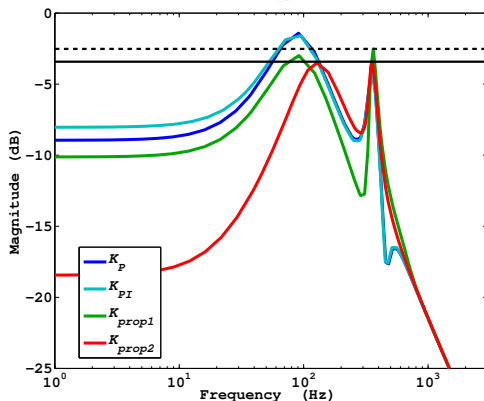


Figure 3: Magnitude plot of closed-loop systems

## 補償器構造の提案

従来型補償器に基づき，制御対象にローパスフィルタが含まれる場合を検討した

→ 従来のフィルタのない場合を自然な形で拡張した補償器構造が得られた

## 数値例

- 従来法と同様に提案型補償器は不安定な補償器も再現できる  
→ P 補償器，PI 補償器に比べ良い制御性能が得られる
- ローパス特性を考慮できる  
→ 従来型補償器に比べ良い制御性能が得られる